

گروه ریاضی



عنوان :

نام دبیر :

تاریخ : /

98 /

سازمان ملی پرورش
استعدادهای درخشان
دبیرستان دوره اول
فرزانگان 2 منطقه 1
کابگ شماره :



کلاس :

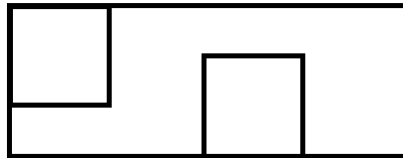
پایه :

نام و نام خانوادگی :

1) آیا می‌توان یک اتاق 3×8 را با کاشی‌های 2×2 فرش کرد؟ چرا؟

خیر!

توجه کنید با اینکه مساحت کف اتاق $3 \times 8 = 24$ و مساحت کاشی $2 \times 2 = 4$ است، و 24 مضرب 4 است، نمیتوان آن را پوشانید. زیرا با گذاشتن اولین کاشی یک فضای می‌آید باریک است و نمیتوان آن را با کاشی 2×2 پوشانید. به شکل دقت کنید:



هدف این مسئله این بود که یاد بگیریم به همه جوانب توجه کنیم. با اینکه شمارنده و مضرب را میشناسیم و می‌دانیم اگر فرش شود، حتما باید مساحت کف اتاق مضرب مساحت کاشی باشد، اما اگر مضرب باشد لزومی ندارد که حتما شنی باشد.

2) فرض کنید که یک کارتن با ابعاد $50 \times 30 \times 24$ داریم. آیا می‌توان آن را با جعبه‌هایی به ابعاد $25 \times 16 \times 15$ پر کرد؟ چرا؟

خیر!

توجه کنید که سوال خیلی کلی بیان شده است. میتونید جعبه‌های کوچک را به هر جهتی قرار دهید. لزومی ندارد که همه در یک سو قرار بگیرند. با اینکه دستمان باز است خواهیم دید که باز هم امکان ندارد! بُعد 25 در جعبه داریم که اگر در امتداد بُعد 24 کارتن نمیتواند باشد. اگر در امتداد بُعد 30 باشد، از آن 5 واحد باقی می‌ماند که فضای باریکی بوجود می‌آورد که به هیچ شکلی جعبه‌ای در آن جا نمی‌شود. پس بُعد 25 فقط در امتداد بُعد 50 قرار می‌گیرد.

حالا بُعد 16 فقط در راستای بُعد 30 یا بُعد 24 باید باشد که به دلیلی که در بالا توضیح دادیم نمی‌شود.

اما دقت کنید که حجم کارتن مضرب حجم جعبه است. اما دیدیم این کافی نبود.

با روش تجزیه محاسبات زیر را انجام دهید. (تجزیه را از هر روشی که بدست آوردید با این جواب چک کنید.

$$3) [24,54] = 2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 216$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \text{ و } 54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$4) (123,21) = 3$$

$$123 = 3 \times 41 \text{ و } 21 = 3 \times 7$$

$$5) (18,12,27) = 3$$

$$18 = 2 \times 3 \times 3 \text{ و } 12 = 2 \times 2 \times 3 \text{ و } 27 = 3 \times 3 \times 3$$

$$6) [6,12,20] = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$$

$$6 = 2 \times 3 \text{ و } 12 = 2 \times 2 \times 3 \text{ و } 20 = 2 \times 2 \times 5$$

7) یک مکعب مستطیل به ابعاد $28 \times 36 \times 54$ داریم. کمترین تعداد مکعب یکسان که بتوان با آن مکعب مستطیل را پر کرد، چند است؟

کمترین تعداد مکعب یکسان، یعنی مکعب مربوطه بیشترین حجم را دارد. یعنی طول ضلع آن بیشترین مقدار ممکن باشد. این طول ضلع باید شمارنده 28 و 36 و 54 باشد. پس جواب هست:

$$(28,36,54)$$

حالا با تجزیه مقدار آن را بدست می‌آوریم.

$$28 = 2 \times 2 \times 7 \text{ و } 36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \text{ و } 54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$(28,36,54) = 2$$

پس بیشترین طول ضلع برابر است با 2. صبر کنید. هنوز جواب اصلی رو بدست نیاوردیم.
تعداد مکعب‌های استفاده شده می‌شود:

$$2 \times 7 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 6804$$

8) یک جعبه دستمال کاغذی به ابعاد $25 \times 12 \times 5$ داریم. کمترین بُعد کارتن مکعبی که بتوان آن را با جعبه‌های دستمال کاغذی پر کرد چند است؟

دقت کنید که اگر طول ضلع کارتن مکعبی مورد نظر a که مضرب 25 و 12 و 5 است باشد، با توجه به توضیحات کلاس آن را می‌توان با جعبه‌های دستمال کاغذی پر کرد. پس a مضرب مشترک این سه عدد است. پس کوچکترین جواب برابر با $[25,12,5]$ سه عدد را تجزیه می‌کنیم و ک.م.م مورد نظر را بدست می‌آوریم.

$$25 = 5 \times 5$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$5 = 5$$

$$[25,12,5] = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 = 300$$

پس طول ضلع کارتن مکعبی حداقل باید 300 باشد.

9) فرض کنید ب.م.م دو عدد برابر با 25 و ک.م.م آن دو برابر با 150 باشد. آیا آن دو عدد را می‌توانید بدست آورید؟ آیا فقط همین یک جواب داریم؟

یک جواب بسیار بدیهی داریم: 25 و 150. اما این تنها جواب نیست! از روی تجزیه عدد می‌فهمیم که

$$150 = 2 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$25 = 5 \times 5$$

$2 \times 5 \times 5 = 50$ و $3 \times 5 \times 5 = 75$ هم جواب است.